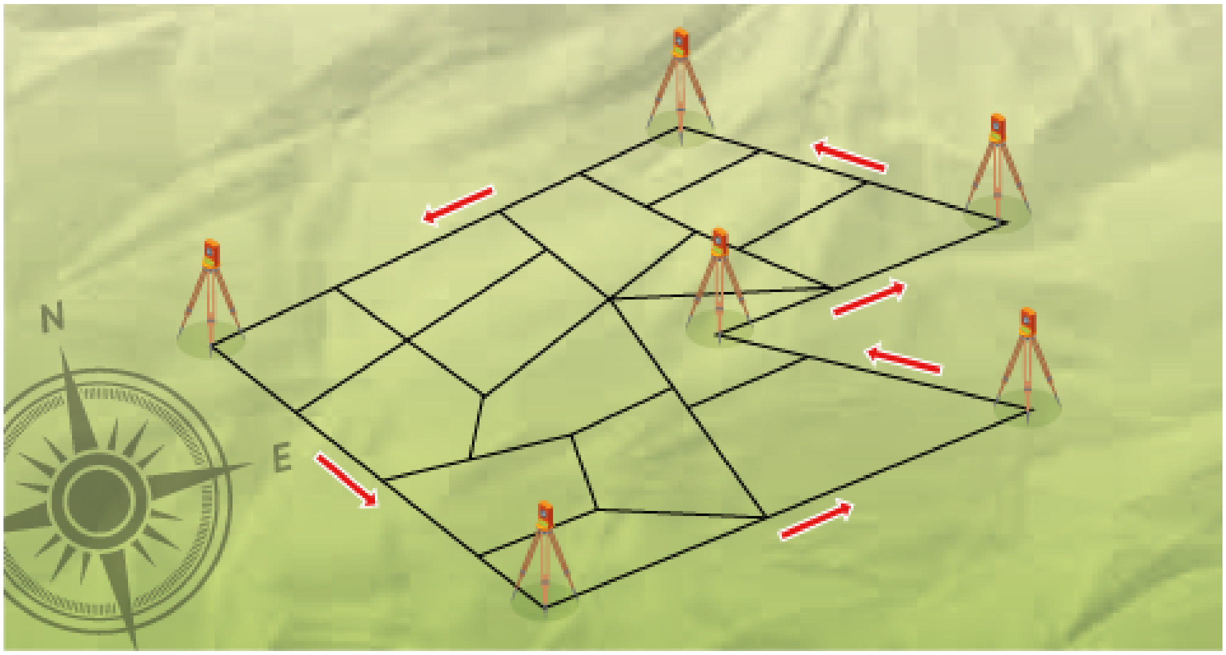
Poligonación

Autora: Lina María Ramírez Hoyos
Profesora Facultad de Ingeniería
Universidad de Antioquia



La conformación de poligonales es el objetivo de todo levantamiento topográfico, esto hace que el método de poligonación se convierta en uno de los procedimientos más comunes.

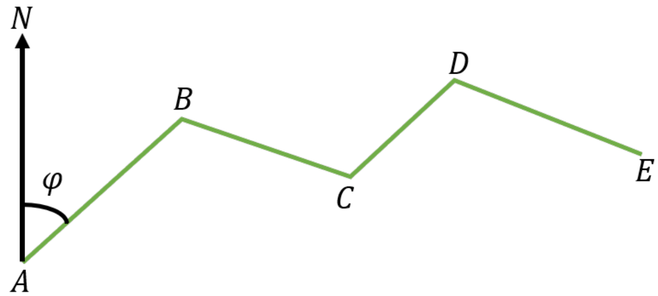
Es un levantamiento planimétrico que trata de definir en el plano topográfico la posición relativa de una serie de puntos convenientemente elegidos sobre el terreno, en función de las necesidades del trabajo propuesto.

Se verá en qué consiste:

Medición de campo: una vez ubicada la poligonal en el terreno, la primera medición se efectúa en la estación A, que será la estación de la cual se conocerán las coordenadas iniciales y en la que se podrá orientar el aparato de medición.

Desde la estación A se medirá el Azimut para la orientación del primer alineamiento (AB), allí mismo se mide la distancia AB.

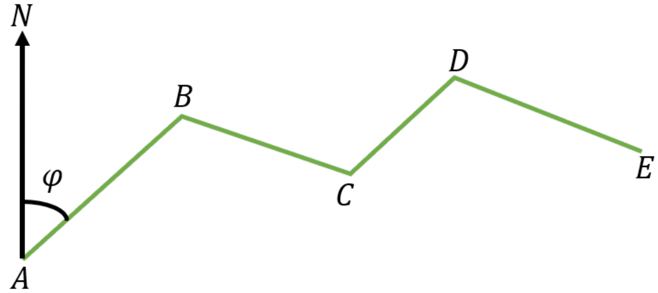
Luego, se estacionará el instrumento en la estación B y se medirá el ángulo β, así como la distancia BA y BC.

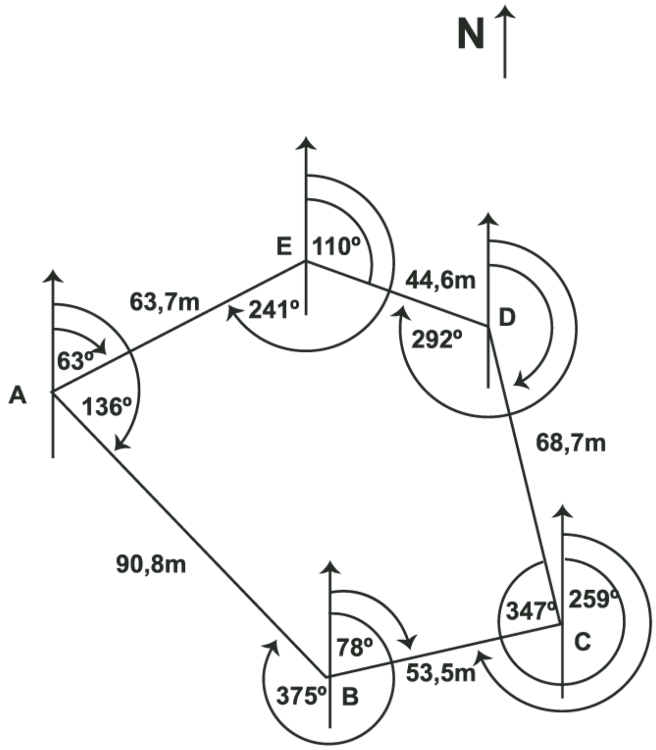


Se debe proseguir con las mismas mediciones desde cada uno de los vértices, tomando los ángulos y distancias de todos los alineamientos.

Es fundamental que desde cada vértice se puedan ver el punto de atrás y el de adelante, es decir, desde el punto A debe verse el punto B, desde el B deberá observarse el vértice A y el vértice C, desde el C deberá verse el B y el D.

Continuando con el mismo procedimiento hasta finalizar el recorrido de la poligonal.





Conformación de la poligonal

Para la conformación de la poligonal es necesario contar con los datos de campo (ángulos y distancias), el procesamiento operativo de oficina y, posteriormente, la ejecución de una de las siguientes metodologías:

En forma gráfica, a partir de los datos obtenidos en campo, por medio de instrumentos de dibujo o con programas de dibujo asistido por computador (AutoCAD). Partiendo del norte y el azimut del primer alineamiento y continuando con los ángulos y direcciones de cada uno de los vértices de los demás lados, hasta finalizar la conformación de la poligonal.

En forma analítica o numérica, determinando las coordenadas N,E, en un sistema de referencia ortogonal, usando los pares ordenados obtenidos para su graficación.

Cálculo y compensación de la poligonal

La solución de una poligonal consiste en el cálculo de los elementos que permitan la conformación gráfica del levantamiento topográfico en un plano, como lo son las coordenadas rectangulares de cada uno de los vértices o estaciones. Para ello, es necesario realizar los siguientes procedimientos de oficina:

1. Verificación de ángulos: esto se logra a través del cálculo del error de cierre angular, tolerancia angular y compensación del error de cierre angular.
2. Cálculo de direcciones: azimuts o rumbos de los alineamientos que la conforman (por el método de la ley de propagación de los azimuts o por el contrario azimut).
3. Verificación lineal: a través del cálculo de las proyecciones de los lados, cálculo del error de cierre lineal y compensación del error lineal.
4. Cálculo de las coordenadas de los vértices.

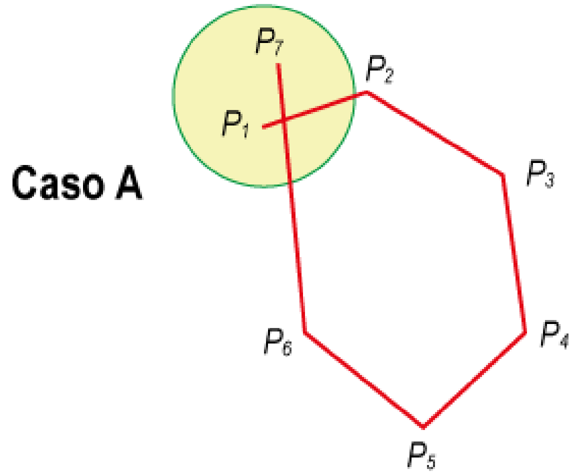
Cálculo y compensación del error de cierre angular

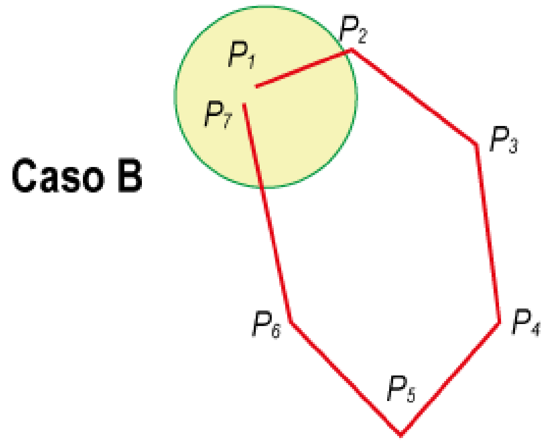
Cuando se hace la conformación de la poligonal puede ocurrir cualquiera de los casos que se observan en los gráficos:

Caso A:
La poligonal se entrelaza en el segmento inicial y final.

Caso B:
El punto final e inicial no se cierran perfectamente.

Esto suele suceder debido a los errores aleatorios o sistemáticos cometidos en las mediciones de campo.
Y se puede determinar y compensar por medio del error de cierre angular.





Cuando se miden los ángulos internos de una poligonal cerrada es posible efectuar un control de cierre angular, dado que la suma teórica de los ángulos interiores de un polígono es igual a:

Sumatoria teórica de ángulos internos: 180 (n − 2)

Lo primero que se debe hacer es hallar el ángulo en cada uno de los vértices de la poligonal. Posteriormente, se efectúa la sumatoria de ángulos internos.

Una vez se conozca la sumatoria de ángulos internos de la poligonal, se procede con el cálculo del error:

El error de cierre angular: $E\alpha = \Sigma < int - ((n - 2)\ 180)$

Donde "n" es la cantidad de medidas.

Seguidamente, se debe verificar que el error angular sea menor que la tolerancia angular, generalmente especificada por las normas y términos de referencia dependiendo del trabajo a realizar y la apreciación del instrumento a utilizar, recomendándose los siguientes valores:

Poligonales principales $T_\alpha = \alpha\sqrt{n}$

Poligonales secundarias $T_\alpha = \alpha\sqrt{n} + \alpha$

En donde:
T_α = tolerancia angular.
α = apreciación del instrumento.

Si el error angular es mayor que la tolerancia permitida, se debe proceder a medir de nuevo los ángulos de la poligonal.
Si el error angular es menor que la tolerancia angular, se procede a la corrección de los ángulos, repartiendo por igual el error entre todos los ángulos, asumiendo que el error es independiente de la magnitud del ángulo medido.

Una vez obtenido el error de cierre angular y después de verificar que se cumple con la tolerancia, se procede a compensar los ángulos.

Esta compensación se puede realizar mediante dos procedimientos:
Una forma de compensar los ángulos es por partes iguales.

Para obtener la corrección angular “c”, se divide el error por el número de vértices:

$$Ca = \frac{e}{n}$$

Donde:
Ca: compensación angular.
e: error angular.
n: número de vértices.

Obtenida la corrección, se suma o se resta de acuerdo al signo del error, a cada uno de los ángulos.

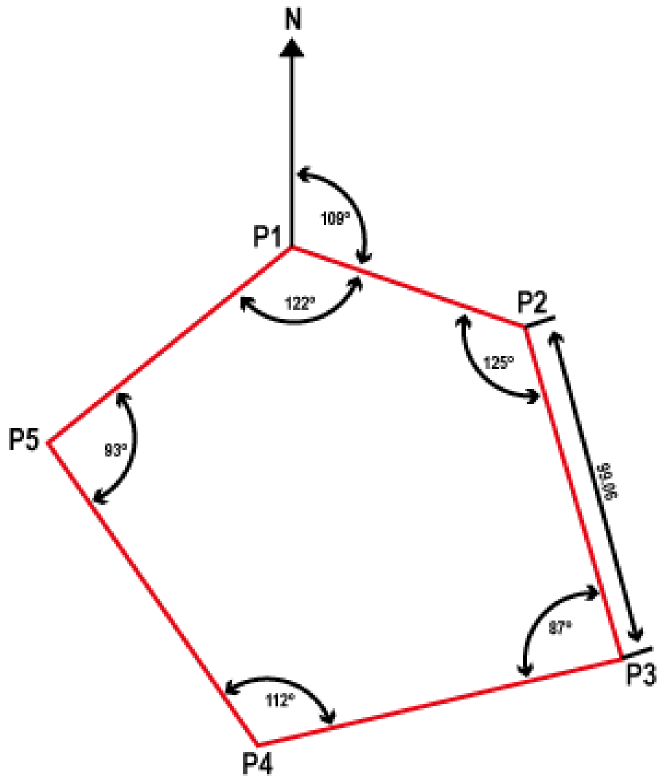
La otra forma de realizar la compensación es, cuando el error es demasiado pequeño, se aplica la compensación a uno o dos de los vértices de la poligonal. Esto se hace de forma arbitraria, buscando la conveniencia y que la sumatoria de ángulos internos, después de la compensación, sea igual a la teórica.

Cálculo de los azimuts de la poligonal

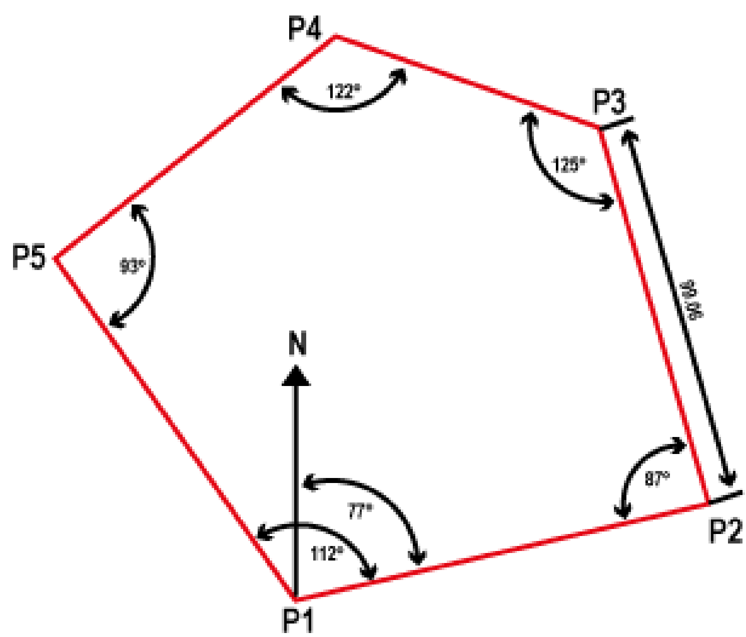
Para el cálculo del azimut es importante tener presente, independiente del método usado, la forma como ha sido conformada la poligonación, ya que esto implicará realizar un procedimiento adicional.

Cuando la poligonal es medida en sentido horario, en dirección de las manecillas del reloj, se deben tomar los ángulos exteriores para el cálculo del azimut, en este caso:

A cada uno de los ángulos interiores obtenidos en los vértices se les deberá restar 360° y de esta forma se obtienen los ángulos exteriores.



En este caso la poligonal está conformada en dirección contraria a las manecillas del reloj, o sentido antihorario. Para el cálculo del azimut se toman los ángulos interiores.



Ley de propagación de los azimuts

Se estudiará cómo calcular el azimut a partir de un método conocido como la ley de propagación de los azimuts, la cual consiste en calcular los azimuts de una poligonal a partir de un azimut conocido y de los ángulos medidos.

Los criterios para la utilización de la ley de propagación de los azimuts son los siguientes:

Si (Φi - 1 + ∠ vértice) < 180º => se suma 180º

Si (Φi - 1 + ∠ vértice) ≥ 180º => se resta 180º

Si (Φi-1 + ∠ vértice) ≥ 540º => se resta 540º, ya que ningún azimut puede ser mayor de 360º

Ejemplo:

Usando la ley de propagación de los azimuts, conocido el azimut en P1 y los ángulos en los vértices de la siguiente figura, calcule los azimuts de las alineaciones restantes:

Se tiene:
φP1-P2: 116°
βP2: 127°
αP3: 117°

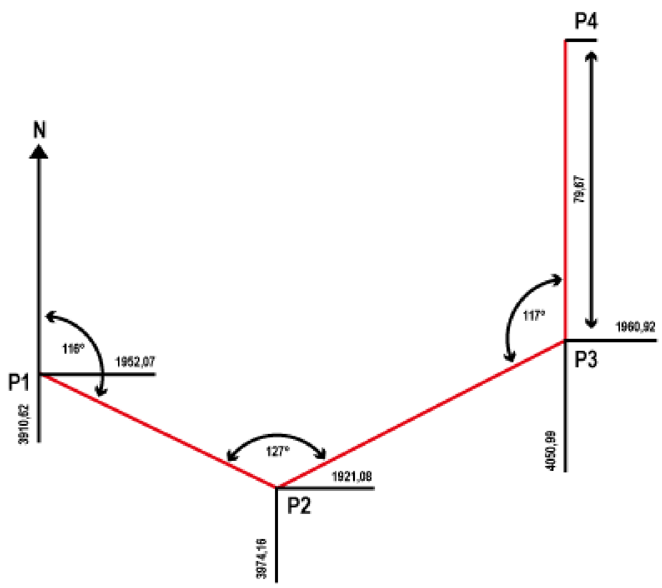
La poligonal se conformó en dirección de las manecillas del reloj.

La ley de propagación de los azimuts:

Si (Φi-1 + ∠ vértice) < 180º => se suma 180º

Si (Φi-1 + ∠ vértice) ≥ 180º => se resta 180º

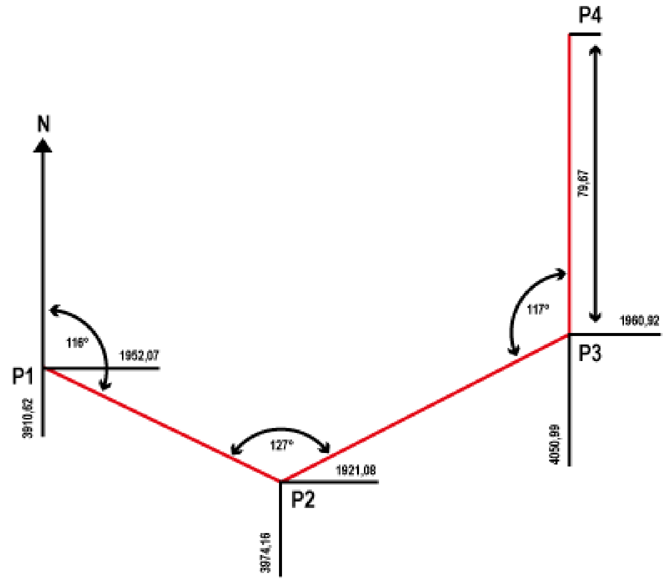
Si (Φi-1 + ∠ vértice) ≥ 540º => se resta 540º, ya que ningún azimut puede ser mayor de 360º



Solución:

Azimut de la alineación P2-P3:
Φ2-3 = (116°+ 127°)
Como (116°+ 127°) = 243°> 180º
→ Φ2-3 = 243° – 180º = 63°→ **Φ2-3 = 63°**

Azimut de la alineación P3-P4:
Φ3-4 = (63°+ 117°)
Como (63°+ 117°) = 180° < 180º
→ Φ3-4 = 180° + 180º = 360°→ **Φ3-4 = 360°**



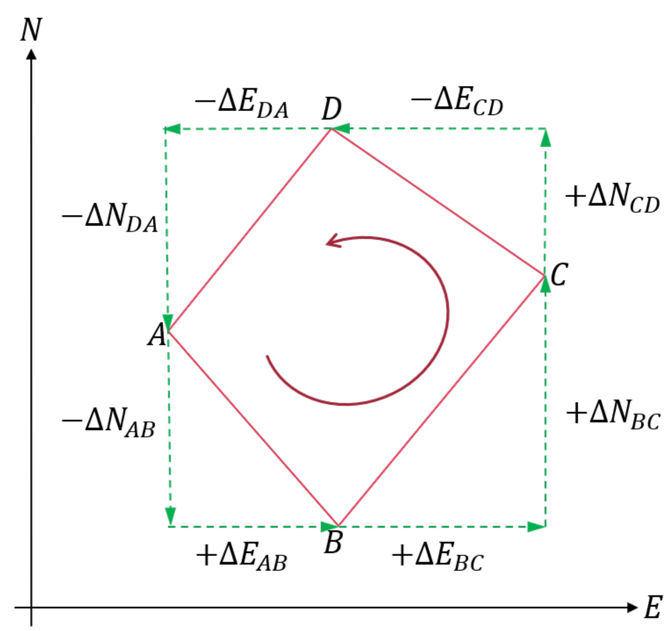
Cálculo de las proyecciones de los lados

El cálculo de las proyecciones de los lados de una poligonal se estudió en la Unidad 2, cuando se habló de las relaciones entre los sistemas de coordenadas polares y rectangulares.

Recuerde que las proyecciones de los lados de una poligonal se calculan en función de los azimuts y las distancias de los lados, aplicando las ecuaciones que se mencionan a continuación:

$$\Delta N = D \times \cos\varphi$$

$$\Delta E = D \times \operatorname{sen}\varphi$$



Estas proyecciones se deben calcular para todos y cada uno de los lados de la poligonal, tanto para el norte como para el este.

Cálculo del error de cierre lineal

El error de cierre lineal está relacionado con las proyecciones, tanto en el eje Este como en el eje norte.

Una vez calculadas las proyecciones en ambos ejes, para todos y cada uno de los vértices de la poligonal, se procede a la suma de las proyecciones para el eje norte y la suma de las proyecciones para el eje Este.

La teoría supone que las sumatorias descritas deben ser igual a cero, sin embargo, dado que en la topografía es inevitable cometer errores de medición, se presentarán valores diferentes en dichas operaciones, lo cual deberá estar dentro de los parámetros establecidos a continuación.

De esta manera se obtiene el error de cierre lineal:
Primero, se suman las proyecciones norte y así se obtiene el error en el eje norte-sur:

$$\epsilon \Delta N = \sum_{N-S}$$

Luego, se suman las proyecciones Este y así se obtiene el error en el eje Este-Oeste:

$$\epsilon \Delta E = \sum_{E-O}$$

Posteriormente, el error lineal se establece por medio de la ecuación:

$$\epsilon L = \sqrt{\epsilon \Delta N^2 + \epsilon \Delta E^2}$$

Donde:
$\sum_{N-S}$: Sumatoria de proyecciones en el eje norte.
$\sum_{E-O}$: Sumatoria de proyecciones en el eje Este.
ϵL: Error lineal
$\epsilon \Delta E$: Error en las proyecciones Este.
$\epsilon \Delta N$: Error en las proyecciones norte.

Una vez calculado el error de cierre lineal, se debe verificar que éste sea menor que la tolerancia lineal (generalmente especificada por normas, de acuerdo al tipo o importancia de trabajo, condiciones topográficas y precisión de los instrumentos de medida).
Para efectos del curso de Topografía, se van a usar las siguientes expresiones para el cálculo de la tolerancia lineal:

Para terreno llano (plano) $T_L = 0{,}015 \sqrt{\sum_L}$

Para terreno ondulado $T_L = 0{,}025 \sqrt{\sum_L}$

Donde:
T_L: tolerancia lineal.
$\sum_L$: sumatoria de los lados de la poligonal.

Si el error lineal es mayor a la tolerancia lineal, es necesario comprobar en campo las distancias, en caso de que el error lineal sea menor que la tolerancia, se procede a la corrección lineal.

Compensación del error lineal

Compensación de las proyecciones por el método de la brújula: este método, propuesto por Nathaniel Bowditch alrededor de 1800, es el más utilizado en los trabajos normales de topografía.

El método asume que:

- Los ángulos y las distancias son medidos con igual precisión.
- El error ocurre en proporción directa a la distancia.
- Las proyecciones se corrigen proporcionalmente a la longitud de los lados.

$$C_pN_i = -\left(\frac{\epsilon\Delta N}{\sum_L}\right) L_i$$

$$C_pE_i = -\left(\frac{\epsilon\Delta E}{\sum_L}\right) L_i$$

Donde:
C_pN_i = corrección parcial sobre la proyección norte-sur del lado i
C_pE_i = corrección parcial sobre la proyección este-oeste del lado i
L_i = longitud del lado i
$\sum_L$: Sumatoria de los lados de la poligonal

El signo negativo es debido a que la corrección es de signo contrario al error.

Cálculo de las coordenadas de los vértices

Una vez compensadas las proyecciones, se procede al cálculo de las coordenadas de los vértices de la poligonal, mediante las siguientes ecuaciones:

$$N_i = N_{i-1} +/- \ \Delta N_{i-1}$$
$$E_i = E_{i-1} +/- \ \Delta E_{i-1}$$

Donde:
N_i: coordenada norte del vértice siguiente.
E_i: coordenada este del vértice siguiente.
N_{i-1}: coordenada norte del vértice inicial (del cual se conoce la información en el momento del levantamiento).
E_{i-1}: coordenada este del vértice inicial (del cual se conoce la información en el momento del levantamiento).
ΔN_{i-1}: proyección norte, corregida, del vértice inicial.
ΔE_{i-1}: proyección este, corregida, del vértice inicial.
+/-: indica que se deberá sumar o restar, dependiendo del signo de la proyección.

Referencias bibliográficas

Valencia Cárdenas, C. (2018). Topografía. Documentos De Clase. Facultad de Ingeniería. Universidad De Antioquia.

Casanova, L. (2002). Topografía plana. Universidad de los Andes. http://www.serbi.ula.ve/serbiula/libros-electronicos/Libros/topografia_plana/pdf/topografia.pdf

San Miguel, L. (2003). Métodos planimétricos: radiación, itinerario, intersección. UPC. https://upcommons.upc.edu/bitstream/handle/2117/11639/M%C3%A9todos%20planim%C3%A9tricos%202003.pdf

Nota: este recurso está basado en las fuentes aquí referenciadas.